

## 1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

En general las observaciones se denotan por  $X_1, \dots, X_n$ . Una vez clasificadas se tendrá las modalidades  $x_1, \dots, x_k$  siendo  $k \leq n$ . Se utilizará la notación:

$n_i$ : frecuencia absoluta de la modalidad  $x_i$

$f_i$ : frecuencia relativa de la modalidad  $x_i$

$N_i$ : frecuencia absoluta acumulada de la modalidad  $x_i$

$F_i$ : frecuencia relativa acumulada de la modalidad  $x_i$

$(l_{i-1}, l_i]$ : intervalo i-ésimo para datos agrupados

$x_i$ : usualmente es la modalidad i-ésima, pero para datos agrupados en intervalos, denota la marca de clase o punto medio, es decir,  $x_i = (l_{i-1} + l_i)/2$

$a_i$ : para datos agrupados en intervalos, denota la amplitud del intervalo i-ésimo, es decir,

$$a_i = l_i - l_{i-1}$$

### 1.- Medidas de posición

#### a) Media

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i = \sum_{i=1}^k f_i x_i$$

$$\bar{X} = A + \sum_i f_i d_i \quad \text{donde } d_i = x_i - A$$

$$\bar{X} = A + c \sum_i f_i u_i \quad \text{donde } d_i = c \cdot u_i$$

#### b) Media ponderada

$$\bar{X} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \dots + w_k} = \frac{\sum wX}{\sum w}$$

#### c) Media geométrica

$$\bar{X}_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (X_i)} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (x_i^{n_i})}$$

#### d) Media armónica

$$\bar{X}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n 1/X_i} = \frac{n}{\sum_{i=1}^k n_i / x_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k f_i / x_i}$$

**e) Media cuadrática**

$$\bar{X}_C = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}$$

Se verifica:  $\bar{X}_H \leq \bar{X}_G \leq \bar{X} \leq \bar{X}_C$

**f) Mediana**

$$Q_2 = M_e = l_{i-1} + \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{n_i} \cdot a_i \quad \text{con} \quad Q_2 \text{ cuartil segundo}$$

$l_{i-1}$ : es el extremo inferior de la clase mediana

$a_i$ : es la amplitud de la clase mediana

$N_{i-1}$ : es la frecuencia acumulada de la clase anterior a la clase mediana

$n_i$ : es el número de observaciones en la clase mediana

**g) Cuartiles. Datos agrupados en intervalos**

$$Q_1 = l_{i-1} + \frac{\frac{n}{4} - N_{i-1}}{n_i} \cdot a_i \quad \text{con} \quad Q_1 \text{ cuartil primero}$$

$l_{i-1}$ : es el extremo inferior de la clase en la que se superan la cuarta parte (25%) de las observaciones

$a_i$ : es la amplitud de la clase mencionada

$N_{i-1}$ : es la frecuencia acumulada de la clase anterior a la clase citada

$n_i$ : es el número de observaciones en la clase  $Q_1$ .

$$Q_3 = l_{i-1} + \frac{\frac{3n}{4} - N_{i-1}}{n_i} \cdot a_i \quad \text{con} \quad Q_3 \text{ cuartil tercero}$$

$l_{i-1}$ : es el extremo inferior de la clase en la que se superan las tres cuartas partes (75%) de las observaciones  
 $a_i$ : es la amplitud de la clase mencionada  
 $N_{i-1}$ : es la frecuencia acumulada de la clase anterior a la clase citada  
 $n_i$ : es el número de observaciones en la clase  $Q_3$ .

## h) Moda

$$M_o = l_{i-1} + a_i \cdot \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} \text{ con } h_i = n_i/a_i \text{ y } h_{i-1} = n_{i-1}/a_{i-1}$$

$$M_o = l_{i-1} + c \cdot \frac{n_{i+1}}{n_{i-1} + n_{i+1}} \text{ para amplitud constante de intervalo } h_{i-1} = n_{i-1}/c \text{ y } h_{i+1} = n_{i+1}/c$$

## 2.- Medidas de dispersión

### a) Recorrido

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

### b) Rango intercuartílico

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

### c) Desviación media absoluta a la media

$$D.M. = \sum_{i=1}^k f_i \cdot |x_i - \bar{X}|$$

### d) Varianza

$$V_x = \sigma^2 = \sum_{i=1}^k f_i \cdot (x_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i^2 - \bar{X}^2$$

### e) Cuasi-varianza

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{X})^2}{k - 1}$$

**f) Desviación típica**

$$\sigma_x = \sqrt{V_x}$$

**g) Fórmulas abreviadas de la varianza**

$$V_x = V_d = \sum_i f_i \cdot d_i^2 - \left( \sum_i f_i \cdot d_i \right)^2 \text{ con } x_i = d_i + A$$

$$V_x = c^2 \cdot \left[ \sum_i f_i \cdot u_i^2 - \left( \sum_i u_i \cdot f_i \right)^2 \right] \text{ con } x_i = A + c \cdot u_i$$

**h) Coeficiente de variación**

$$c.v. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

**i) Medidas de dispersión en torno a la mediana**

$$D = \sum_{i=1}^k f_i \cdot |x_i - M_e|$$

$$MEDA = \text{mediana } |x_i - M_e|$$

**j) Tipificación de variables**

$$Z = \frac{x - \bar{X}}{\sigma_x}$$

### 3.- Medidas de forma

#### a) Coeficiente de asimetría de Pearson

$$A_s = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma}$$

$A_s = 0$ , distribución simétrica

$A_s < 0$ , distribución asimétrica o sesgada a la izquierda

$A_s > 0$ , distribución asimétrica o sesgada a la derecha

#### b) Coeficiente de asimetría de Fisher

$$g_1 = \frac{\mu_3}{(\sigma_x)^3} \quad \text{donde } \mu_3 \text{ es el momento centrado de orden 3, es decir,}$$

$$\mu_3 = \sum_{i=1}^k f_i \cdot (x_i - \bar{X})^3$$

$g_1 = 0$ , distribución simétrica

$g_1 < 0$ , distribución asimétrica o sesgada a la izquierda

$g_1 > 0$ , distribución asimétrica o sesgada a la derecha

#### c) Coeficiente de apuntamiento de Fisher

$$g_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

$g_2 = 0$ , distribución mesocúrtica

$g_2 < 0$ , distribución platicúrtica

$g_2 > 0$ , distribución leptocúrtica

### 4.- Momentos

#### a) En torno al origen

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^r}{n} . \text{ Observemos que } m_1 = \bar{x} \text{ y } m_2 = \bar{x}^2 .$$

**b) En torno a la media o centrales**

$$\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^r}{n} \text{ Observemos que:}$$

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = \sigma^2$$

$$g_1 = \mu_3 / \sigma^3$$

$$g_2 = (\mu_4 / \sigma^4) - 3$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2$$

$$\mu_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3$$

$$\mu_4 = m_4 - 4m_3m_1 + 6m_2m_1^2 - 3m_1^4$$

**5.- Datos atípicos-outlier y atípicos-extremos**

$$LI = Q_1 - 1,5(IQR)$$

$$FI = LI - 1,5(IQR)$$

$$LS = Q_3 + 1,5(IQR)$$

$$FS = LS + 1,5(IQR)$$

Considerar como valores atípicos **outlier** los situados entre LI y FI o entre LS y FS y como atípicos **extremos** aquellos fuera del intervalo (FI,FS)

**6.- Regresión y correlación**

$$\text{Línea recta: } Y = a_0 + a_1X$$

$$\text{Parábola: } Y = a_0 + a_1X + a_2X^2$$

$$\text{Curva de grado } n: Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$$

$$\text{Curva exponencial: } Y = ab^X$$

$$\text{Curva geométrica: } Y = aX^b$$

Recta de mínimos cuadrados:  $y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x})$  donde  $\frac{S_{xy}}{S_x^2}$  =Covarianza/ Varianza de x

**Error típico:**  $S_e = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_i^*)^2}{N}}$  donde  $y_i^*$  es el valor de y para los valores estimados con la recta de mínimos cuadrados

$y_i - \bar{y} = (y_i - y_i^*) + (y_i^* - \bar{y})$ , variación total=variación no explicada+variación explicada

$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_i - y_i^*)^2 + \sum (y_i^* - \bar{y})^2$ , es decir,  $SCT(S_y^2) = SCE(S_e^2) + SCR(S_R^2)$

**Coefficiente de correlación:**  $r = \pm \sqrt{\frac{S_R^2}{S_y^2}}$  varia entre -1 y +1, también  $S_e = S_y \sqrt{1 - r^2}$ . En el caso lineal toma la expresión:

$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$  (coeficiente de correlación producto-momento o de Pearson) donde  $s_{xy}$  representa la covarianza de las variables x e y y  $s_x$   $s_y$  son las desviaciones típicas de las variables.

$S_x^2 = \frac{\sum_i x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2$  donde  $n_i$  representa la frecuencia absoluta marginal de la fila i

$S_y^2 = \frac{\sum_j y_j^2 n_{.j}}{N} - \bar{y}^2$  donde  $n_{.j}$  representa la frecuencia absoluta marginal de la columna j

$S_{xy} = \frac{\sum_i \sum_j x_i y_j n_{ij}}{N} - \bar{x}\bar{y}$  donde  $n_{ij}$  es la frecuencia absoluta de la fila i, columna j

## 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

### 1.- Concepto clásico de probabilidad:

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N}$$

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{a}{N}$$

### 2.- Propiedades de la probabilidad:

$$P(\emptyset) = 0$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$P(A^c) = 1 - P(A)$  donde  $A^c$  es el suceso complementario de A. En algunas ocasiones el complementario de A se representa por  $A'$

Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes:

$$A_i \cap A_j = \emptyset \text{ para todo } i \neq j$$

### 3.- Probabilidad condicionada:

$$P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ siempre que } P(A) > 0 \text{ o también } P(A \cap B) = P(A)P(B/A)$$

Si los sucesos son independientes:  $P(A/B) = P(A)$  o también  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$



**4.- Teorema de Bayes:**

$$P(S_i / A) = \frac{P(S_i)P(A / S_i)}{\sum_{j=1}^n P(S_j)P(A / S_j)}$$

$P(S_i)$  se la denomina **probabilidad a priori**

$P(S_i/A)$  se le denomina **probabilidad a posteriori** (probabilidad sabiendo lo que ha ocurrido posteriormente)

$P(A/S_i)$  se les denomina **verosimilitudes**

**5.- Probabilidad total:**

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A/S_i) P(S_i) \text{ con } S_i \text{ sucesos mutuamente excluyentes, partición de } S \text{ y } A \cap S_i \neq \emptyset$$

**6.- Funciones de probabilidad o de densidad y de distribución:****a) Variable aleatoria discreta:**

**Función de cuantía o de probabilidad  $f(x)$ :**

$$f(x_i) = P(X=x_i)$$

$$\text{Condiciones: } f(x_i) \geq 0 ; \sum_i f(x_i) = 1$$

**Función de distribución  $F(x)$ :**

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$\text{Condiciones: } F(-\infty) = 0 ; F(\infty) = 1$$

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) = F(x_{i-1}) + f(x_i) ; f(x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1})$$

$$P(x_i < X \leq x_j) = \sum_{k=i+1}^j f(x_k) = F(x_j) - F(x_i)$$

**b) Variable aleatoria continua**

**Función de densidad f(x)**

Condiciones:  $f(x_i) \geq 0$  ;  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

**Función de distribución F(x)**

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$P(X \leq x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

$$P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

$$F(-\infty) = \int_{-\infty}^{-\infty} f(x)dx = 0 ; F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$F'(x) = f(x)$  donde  $F'(x)$  es la derivada de la función de distribución y  $f(x)$  es la función de densidad.

**7.- Esperanza matemática:**

- en variables discretas:  $E[X] = \sum_{i=1}^n p_i x_i$
- en variables continuas:  $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx$

**8.- Varianza y desviación estandar:**

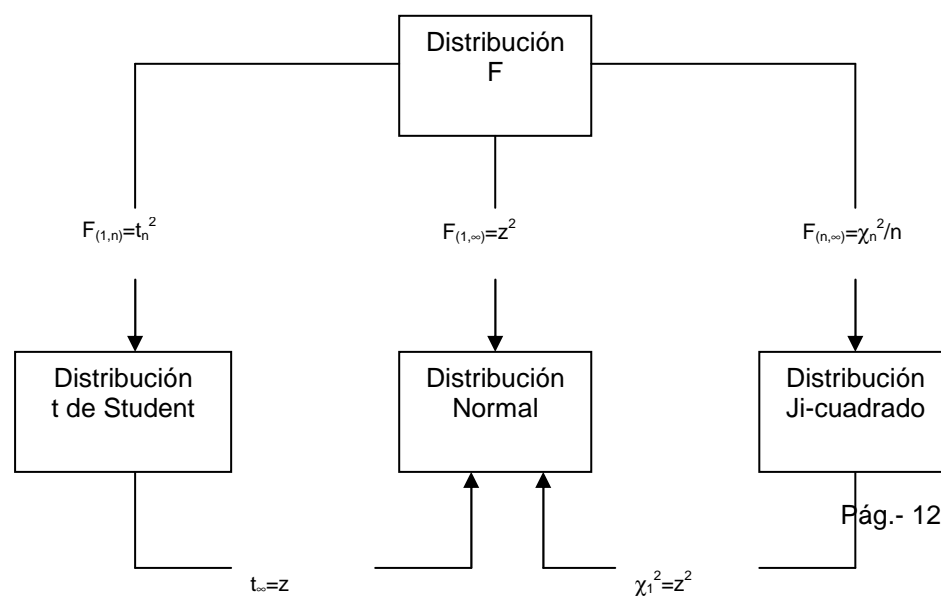
- varianza:  $V(X)=\sigma^2=E[X-\mu]^2=E(X^2)-\mu^2$ 
  - o en variables discretas:  $V(X)=\sigma^2=E[X-\mu]^2=\sum_i (x_i - \mu)^2 p_i$
  - o en variables continuas:  $V(X)=\sigma^2=E[X-\mu]^2=\int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu)^2 f(x) dx$
- desviación estandar:  $\sigma = \sqrt{V(X)}$

### 9.- Distribuciones de probabilidad:

Distribución de probabilidad	Función de probabilidad	Parámetros	Media o esperanza matemática	Varianza
Binomial	$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$	n,p $0 \leq p \leq 1$	np	npq
Poisson	$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$	$\lambda > 0$	$\lambda$	$\lambda$
Normal	$g(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2(y-\mu)^2/\sigma^2}$	$-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\mu$	$\sigma^2$
$\chi^2$ de Pearson	$f(x;n) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$ $\chi^2(n)$ suma de cuadrados de n, $N(0,1)$	n	n	2n

T de Student	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left[1 + \frac{x^2}{n}\right]^{-\frac{n+1}{2}}$ $t(n) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\frac{\chi^2(n)}{n}}} \text{ con } \lambda_0 \rightarrow N(0,1)$	n	0	$\frac{n}{n-2}$
F de Snedecor	$f(x) = \frac{m^{\frac{m}{2}} n^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{m}{2}-1} (n+mx)^{-\frac{m+n}{2}}$ $F(x) = \frac{n}{m} \frac{\chi^2(m)}{\chi^2(n)}$	n,m	$\frac{n}{n-2}$ si n>2	$\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ si n>4

**Relación entre la distribución normal, ji-cuadrado, t de Student y F de Snedecor.**



### 3. INTERVALOS DE CONFIANZA ASOCIADOS A DISTINTOS PARÁMETROS

Parámetro a estimar	Condiciones	Estimador	Distribución	Intervalo
Media	$N(\mu, \sigma)$ $\sigma^2$ conocida	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	Normal	$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ población infinita}$ $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \text{ población finita}$
Media	$N(\mu, \sigma)$ $\sigma^2$ desconocida $n > 30$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	Normal	$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \text{ población infinita}$ $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \text{ población finita}$
Media	$N(\mu, \sigma)$ $\sigma^2$ desconocida $n < 30$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$t_{n-1}$	$\bar{x} \pm t_{n-1, \alpha/2} (\hat{s} / \sqrt{n})$
Proporción	$n > 30$ $0,1 < p < 0,9$ ó $np > 5$	$\hat{p}$ proporción muestral $n. \hat{p} \rightarrow B(n, p)$ $\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}} \approx N(0,1)$	Normal	$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \text{ población infinita}$ $\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \text{ población finita}$
Varianza	$N(\mu, \sigma)$ $\sigma^2$ conocida $n < 100$	$\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma^2}$	Ji-cuadrado	$I = \left( \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{\alpha/2; (n-1)}}; \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2; (n-1)}} \right)$

Parámetro a estimar	Condiciones	Estimador	Distribución	Intervalo
Varianza	$N(\mu, \sigma)$ $\sigma^2$ conocida $n > 100$	$\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma^2}$	Ji-cuadrado	$I = \left( \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{\alpha/2; (n-1)}}; \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2; (n-1)}} \right)$ $\chi^2_{(1-\alpha/2); (n-1)} = \frac{(\sqrt{2(n-1)-1} - z_{\alpha/2})^2}{2}$ $\chi^2_{(\alpha/2); (n-1)} = \frac{(\sqrt{2(n-1)-1} + z_{\alpha/2})^2}{2}$
Diferencias de medias	$N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ independientes $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ conocidas	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$	Normal	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}$
Diferencias de medias	$N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ independientes $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$	Normal	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}$
Diferencias de medias	$N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ independientes $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas pero iguales	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$	$t_{n_1+n_2-2}$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\hat{s}_2^2}{n_1+n_2-2}}$
Diferencias de medias	$N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ independientes $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas no iguales	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$	$t_m$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}$

				$m = \frac{\left( \frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left( \frac{\hat{s}_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 + 1} + \frac{\left( \frac{\hat{s}_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 + 1}} - 2$
Diferencias de medias datos relacionados	Normales $\sigma_d$ =conocido	$d=x-y$	Normal	$\bar{d}_0 \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}$
Diferencias de medias datos relacionados	Normales $\sigma_d$ =desconocido, $n > 30$	$d=x-y$	Normal	$\bar{d}_0 \pm z_{\alpha/2} \frac{\hat{s}_{d_0}}{\sqrt{n}}$
Diferencias de medias datos relacionados	Normales $\sigma_d$ =desconocido, $n < 30$	$d=x-y$	$t_{n-1}$	$\bar{d}_0 \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \frac{\hat{s}_{d_0}}{\sqrt{n}}$
Diferencias de proporciones	Normales, muestras grandes ( $n_1 p_1, n_1 q_1, n_2 p_2, n_2 q_2 > 5$ )		Normal	$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$
Razón de varianzas de dos Poblaciones normales	$N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ independientes $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$ $\sigma_1^2$ y $\sigma_2^2$ conocidas	$\frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = F_{(n_1-1), (n_2-1)}$	F de Fisher	$\left( \frac{\frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}}{F_{\alpha/2; (n_1-1), (n_2-1)}}; \frac{\frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}}{F_{1-\alpha/2; (n_1-1), (n_2-1)}} \right)$

#### 4. PRUEBAS PARAMÉTRICAS

Aplicación	Tipo de contraste	Hip. Nula	Hip. Alter.	Estadístico K	Distrib.	Región rechazo	Limitaciones y observaciones
<b>Media (1 normal)</b>	BILATERAL ( $\sigma^2$ conocida)	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\sigma / \sqrt{n}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	UNILATERAL ( $\sigma^2$ conocida)	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	
	BILATERAL ( $\sigma^2$ desconocida) $n > 30$	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\hat{s} / \sqrt{n}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	UNILATERAL ( $\sigma^2$ desconocida) $n > 30$	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s} / \sqrt{n}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	
	BILATERAL ( $\sigma^2$ desconocida) $n \leq 30$	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\hat{s} / \sqrt{n}}$	Student	$K > t_{\alpha/2; (n-1)}$	
	UNILATERAL ( $\sigma^2$ desconocida) $n \leq 30$	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s} / \sqrt{n}}$	Student	$K > t_{\alpha; (n-1)}$	
<b>Varianza (1 normal)</b>	BILATERAL	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma_0^2}$	Ji-cuadrado	$K \notin [\chi^2_{1-\alpha/2; (n-1)}; \chi^2_{\alpha/2; (n-1)}]$	
	UNILATERAL	$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma_0^2}$	Ji-cuadrado	$K > \chi^2_{\alpha; (n-1)}$	



Aplicación	Tipo de contraste	Hip. Nula	Hip. Alter.	Estadístico K	Distrib.	Región rechazo	Limitaciones y observaciones
Parámetro $p$ (1 binomial) (muestras grandes)	BILATERAL	$p=p_0$	$p \neq p_0$	$\frac{ \hat{p} - p_0 }{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	UNILATERAL	$p \leq p_0$	$p > p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	
Parámetro $\lambda$ (1 Poisson) (muestras grandes)	BILATERAL	$\lambda = \lambda_0$	$\lambda \neq \lambda_0$	$\frac{ \bar{x} - \lambda_0 }{\sqrt{\frac{\lambda_0}{n}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	UNILATERAL	$\lambda \leq \lambda_0$	$\lambda > \lambda_0$	$\frac{\bar{x} - \lambda_0}{\sqrt{\frac{\lambda_0}{n}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	

<b>Igualdad de medias (2 normales)</b>	BILATERAL $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ conocidas	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	UNILATERAL $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ conocidas	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$	$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	
	BILATERAL $n_1 > 30$ y $n_2 > 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{\hat{s}^2_1}{n_1} + \frac{\hat{s}^2_2}{n_2}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	
	BILATERAL $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas pero iguales	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\hat{s}^2_1 + (n_2 - 1)\hat{s}^2_2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	Student	$K > t_{\alpha/2; (n_1 + n_2 - 2)}$	
	BILATERAL $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas distintas y	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{\hat{s}^2_1}{n_1} + \frac{\hat{s}^2_2}{n_2}}}$	Student	$K > t_{\alpha/2; m}$ $m = \frac{\left(\frac{\hat{s}^2_1}{n_1} + \frac{\hat{s}^2_2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{\hat{s}^2_1}{n_1}\right)^2}{n_1 + 1} + \frac{\left(\frac{\hat{s}^2_2}{n_2}\right)^2}{n_2 + 1}} - 2$	

Aplicación	Tipo de contraste	Hip. Nula	Hip. Alter.	Estadístico K	Distrib.	Región rechazo	Limitaciones y observaciones
<b>Igualdad de medias (2 normales)</b>	UNILATERAL $n_1 > 30$ y $n_2 > 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$	$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}}$	Normal	$K > z_\alpha$	
	UNILATERAL $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas pero iguales	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$	$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\hat{s}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{s}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	Student	$K > t_{\alpha; (n_1 + n_2 - 2)}$	
	UNILATERAL $n_1 \leq 30, n_2 \leq 30$ $\sigma^2_1$ y $\sigma^2_2$ desconocidas distintas y	$\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$	$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}}$	Student	$K > t_{\alpha; m}$ $m = \frac{\left(\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{\hat{s}_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 + 1} + \frac{\left(\frac{\hat{s}_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 + 1}} - 2$	
<b>Diferencia de Medias (2 normales) datos relacionados</b>	BILATERAL $\sigma_d = \text{conocido}$	$d_0 = 0$ con $d_0 = x_1 - x_2$	$d_0 \neq 0$	$\frac{\bar{d}_0}{\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}}$	Normal	$K > z_{\alpha/2}$	
	BILATERAL $\sigma_d = \text{desconocido}$ , $n > 30$	$d_0 = 0$ con $d_0 = x_1 - x_2$	$d_0 \neq 0$	$\frac{\bar{d}_0}{\frac{\hat{s}_{d_0}}{\sqrt{n}}}$	Normal	$K > z_{\alpha/2}$	
	BILATERAL $\sigma_d = \text{desconocido}$ , $n \leq 30$	$d_0 = 0$ con $d_0 = x_1 - x_2$	$d_0 \neq 0$	$\frac{\bar{d}_0}{\frac{\hat{s}_{d_0}}{\sqrt{n}}}$	Student	$K > t_{\alpha/2; (n-1)}$	

Aplicación	Tipo de contraste	Hip. Nula	Hip. Alter.	Estadístico K	Distrib.	Región rechazo	Limitaciones y observaciones
Igualdad de varianzas (2 normales)	BILATERAL	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}$	F Fisher	$K \notin [F_{1-\alpha/2; (n_1-1), (n_2-1)}; F_{\alpha/2; (n_1-1), (n_2-1)}]$	
	UNILATERAL	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2}$	F Fisher	$K > F_{\alpha; (n_1-1), (n_2-1)}$	
Igualdad p (2 binomiales) ( $p_1$ y $p_2$ desconocidos)	BILATERAL	$p_1 - p_2 = D$	$p_1 - p_2 \neq D$	Si $D=0$ $\frac{ \hat{p}_1 - \hat{p}_2 }{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}}$ Si $D \neq 0$ $\frac{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - D }{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha/2}$	$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$ y $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$ entonces $\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$
	UNILATERAL	$p_1 - p_2 \leq D$	$p_1 - p_2 > D$	Si $D=0$ $\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}}$ Si $D \neq 0$ $\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - D}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$	Normal	$K > Z_{\alpha}$	$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$ y $\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$ entonces $\bar{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$

## 5. PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Una muestra	Ji-cuadrado	N,O	Bondad de ajuste $H_0: F_n(x)=F(x)$	$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$ sigue una ji-cuadrado con g.l.=1	$\{\chi^2 > cte\}$	$E_i > 5$ para más del 80% $N > 50$
	Kolmogorov-Skirmov	O,I	Bondad de ajuste $H_0: F_n(x)=F(x)$	$D = \text{Máx.}  F_n(x) - F(x) $	$\{D \geq cte\}$	La variable en la población es continua
	Binomial	N (dicotómica)	Bondad de ajuste $H_0: F_n(x)=B(N,p)$	*- Si $Np$ ó $Nq \leq 10$ $p(x) = \sum_{i=0}^x \binom{N}{i} p^i q^{N-i}$ *- Si $Np$ ó $Nq > 10$ $z = \frac{(f_m \pm 0,5) - \mu_x}{\sqrt{Npq}}$ siendo $\mu_x = Np$	*- $\{T \leq cte\}$ *- $\{Q > cte\}$	Para poblaciones con 2 categorías
	Test de rachas	O, I	Aleatoriedad	*- $N \leq 20$  *- Si $N > 20$ $z = \frac{r - E(r)}{\sqrt{V(r)}}$ donde $E(r) = \frac{2nm}{n+m} + 1$ $V(r) = \frac{2nm(2nm - n - m)}{(n+m)^2(n+m+1)}$	*- $P(r \leq r_1) = 0,025$ $P(r \leq r_2) = 0,975$ ..... ..... ..... *- $\{z \geq cte\}$	Para datos continuos u ordinales test sobre o bajo la mediana

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Dos muestras relacionadas	Mc.Nemar para significación de los cambios	N	Diferencia antes/despúes $H_0: A=D$ ó $A=D=0$	$\chi^2 = \sum_{A,D} \frac{( A-D -1)^2}{A+D} \text{ con g.l.}=1$ <p>*- Si <math>(A+D)/2 &lt; 5 \rightarrow</math> Usar dist.binomial con <math>N=A+D</math>, x menor de A ó D <math>p=0.5</math></p>	$\{\chi^2 > \text{cte}\}$	Dos categorías- Datos dicotomizados
	Prueba de los signos	O	$H_0: f_1=f_2$ $H_1: f_1 > f_2$ ó $f_1 < f_2$ ó $f_1 \neq f_2$	<p>*- Si <math>N \leq 25</math> <math>p(x) = \sum_{i=0}^x \binom{N}{i} 0,5^i \cdot 0,5^{N-i}</math></p> <p>*- Si <math>N &gt; 25</math> entonces <math>z = \frac{x \pm 0,5 - \frac{1}{2}N}{\frac{1}{2}\sqrt{N}}</math></p>	<p>*- <math>p &lt; 0.05</math></p> <p>*- <math>\{Q &gt; \text{cte}\}</math></p>	Muestras con la misma extensión
	Prueba de Wilcoxon	O,I	$H_0: f_1=f_2$ $H_1: f_1 > f_2$ ó $f_1 < f_2$ ó $f_1 \neq f_2$	<p>*- Si <math>N \leq 25</math>; <math>T = \min(T_p, T_n)</math></p> <p>*- Si <math>N &gt; 25</math> entonces <math>z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}</math></p>	<p>*- <math>\{T \leq \text{cte}\}</math></p> <p>*- <math>\{Q &gt; \text{cte}\}</math></p>	

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Dos muestras independientes	Fisher	N	$H_0$ : Independencia $P_{ij} = P_{i.} P_{.j}$	$p_0 = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{N!A!B!C!D!}$ $p = \sum p_i$	$\{p < \alpha\}$ ver Tocher	Dos categorías – Datos dicotomizados. Tablas 2x2 (alguna celda $e_i < 5$ )
	Kolmogorov-Smirnov	O,I,	$H_0: F_A = F_B$ $H_1: F_A > F_B$ ó $F_A < F_B$ o $F_A \neq F_B$	*- Si $n=m=N \leq 40$ $D_i = \left  \frac{F_{ai}}{n} - \frac{F_{bi}}{m} \right $ $D = \max \{D_i\}$  *- Si $n=m=N > 40$ $\chi^2 = 4D^2 \frac{n.m}{n+m}$ con g.l=2  *- también $z = \sqrt{\frac{m.n}{m+n}}$	*- $\{D \geq \text{cte}\}$ *- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$ *- $\{z \geq \text{cte}\}$	Las variables en la población son continuas
	Ji-cuadrado	N	$H_0$ : Independencia $P_{ij} = P_{i.} P_{.j}$	$d = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$ sigue una $\chi^2$ con $(r-1).(k-1)$ grados de libertad	*- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$	Datos categóricos. Distinto tratamiento tablas 2x2 que tablas RxK
	Test de la mediana	O,I,	$H_0$ : Igualdad de medianas	*- Para $n_1+n_2 < 20 \Rightarrow p = p_0$ de Fisher *- Para $n_1+n_2 \geq 20 \Rightarrow$ $\chi^2 = \frac{N \left( \left  AD - BC \right  - \frac{N}{2} \right)^2}{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}$	*- $\{p \leq \alpha\}$ *- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$	

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Dos muestras independientes	U-Mann Whitney	O,I	$H_0: \mu_1 = \mu_2$	<p>*- Si <math>n, m &gt; 20</math></p> $U_a = n.m + \frac{n(n+1)}{2} - R_a$ $U_b = n.m + \frac{m(m+1)}{2} - R_b$ <p>se cumple <math>U_a + U_b = n.m</math>  <math>U = \min.(U_a; U_b)</math>            *- Si <math>n, m \geq 20</math> se cumple</p> $\mu = n.m/2 \text{ y } \sigma = \sqrt{\frac{n.m(n+m+1)}{12}}$	<p>*- <math>\{U \leq cte\}</math>            *- <math>\{Q \geq cte\}</math></p>	
	Test de Wald-Wolfowitz	O,I,	$H_0: f_1 = f_2$	<p>*- Si <math>n, m \leq 20</math> <math>r = \text{rachas}</math>            *- Si <math>n, m &gt; 20</math> <math>E(R) = \frac{2n.m}{n+m} + 1</math></p> $V(R) = \frac{2n.m(2nm - n - m)}{(n+m)^2(n+m+1)}$	<p>*- <math>\{r \leq cte\}</math>            *- <math>\{Q \geq cte\}</math></p>	Distribución continua. Si hay muchos pares ligados no se puede aplicar la prueba



Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
K-muestras relacionadas	Q de Cochran	N	Comparación entre los K grupos. H <sub>0</sub> : No existe diferencia entre los sujetos en los K-grupos	$Q = \frac{(k-1) \left[ k \sum_{j=1}^k A_j^2 - \left( \sum_{j=1}^k A_j \right)^2 \right]}{k \sum_{j=1}^k L_j - \sum_{j=1}^k L_j^2}$ <p>k=número de grupos A= suma de columnas L= suma en las filas sigue una <math>\chi^2</math> con K-1 grado de libertad</p>	*- $\{\chi^2_{k-1} \geq \text{cte}\}$	
	Análisis de la varianza de Friedman	O,I	Comparación de medias H <sub>0</sub> : $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$	$\chi_r^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3n(k+1)$ <p>donde n=número de filas k= número de columnas R= suma de rangos en la columna j</p>	*- k=3 1<n<10 ó k=4 1<n<5 utilizar tablas. *-En otro caso: $\{\chi^2_{k-1} \geq \text{cte}\}$	Tamaño de los grupos iguales

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
K-muestras independientes	Ji-cuadrado	N	H <sub>0</sub> : Independencia $p_{ij} = p_{i.} p_{.j}$	$d = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$ sigue una $\chi^2$ con (r-1).(k-1) grados de libertad	*- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$	Datos categóricos. Distinto tratamiento para tablas 2x2 que para tablas FxC
	Extensión del test de la mediana	O,I	H <sub>0</sub> : Igualdad de medianas	$d = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$ sigue una $\chi^2$ con (2-1).(k-1) grados de libertad k=nº de columnas=nº de grupos	*- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$	Formar tablas 2xK
	Análisis de la varianza de Kruskal-Wallis	O,I	H <sub>0</sub> : No hay diferencia entre los k-grupos	- $H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$ N número total de sujetos y n <sub>j</sub> el número de sujetos de cada grupo. - Si hay más del 25% de empates $H_c = \frac{H}{1 - \frac{\sum T}{N^3 - N}}$ donde T=t <sup>3</sup> - t y t es el número de sujetos empatados en cada grupo.	- k=3 y n <sub>1</sub> , n <sub>2</sub> y n <sub>3</sub> ≤ 5 tabla K-W. - En otro caso $\chi^2$ crítico para g.l=k-1.	Las variables tienen como base una distribución continua

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Correlación no paramétrica	C coeficiente de contingencia	N	Observar grado de causalidad	$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}}$ donde $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$ sigue una $\chi^2$ con $(r-1).(k-1)$ grados de libertad. $r \equiv n^\circ$ de filas $\equiv n^\circ$ de categorías $k \equiv n^\circ$ de columnas $\equiv n^\circ$ de grupos $0 \leq C < 1$	*- $\{\chi^2 \geq \text{cte}\}$ g.l= $(r-1).(k-1)$	Dato categórico. No alcanza valor 1. No es comparable. Influye frec.de la celda. Se emplea mejor: V de Cramer $V = \sqrt{\frac{\chi^2}{Nm}}$ $m = \min(r-1, c-1)$
	Correlación de rangos de Spearman $r_s$	O	$r_s = 0$ no hay ninguna relación	$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N}$ si hay ligas se utiliza la fórmula: $r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$ donde $\sum x^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_x$ $\sum y^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_y$ con $T = (t^3 - t)/12$ $-1 \leq r_s \leq 1$	*- Para valores $N \leq 10$ tablas de Spearman $RC_\alpha = \{r_s \geq \text{cte}\}$ *- $N > 10$ $t = r_s \sqrt{\frac{N-2}{1-r_s^2}}$ se distribuye como t de Student de g.l= $N-2$	

Prueba de	Nombre	Escala de medida	Aplicación	Estadístico	Región de rechazo	Limitaciones y observaciones
Correlación no paramétrica	Correlación de rango de Kendall: $\tau$ .	O	$\tau=0$ no hay ninguna relación	$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)}$ si hay ligas $\tau = \frac{S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x} \sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_y}}$ donde $T_x=1/2\sum(t-1)$ y $t$ número de observaciones ligadas en cada grupo de liga de la variable X. De forma similar $T_y$ $-1 \leq \tau \leq 1$	*- $N \leq 10$ tabla de Kendall $RC_\alpha = \{S > cte\}$ *- $N > 10$ $\mu_\tau = 0$ $\sigma_\tau = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$ $z = \frac{\tau - \mu_\tau}{\sigma_\tau}$ $RC_\alpha = \{z > cte\}$	
	Correlación parcial de rango de Kendall: $\tau_{xy,z}$	O	$\tau_{xy,z}=0$ no hay ninguna relación	$\tau_{xy,z} = \frac{\tau_{xy} - \tau_{zy}\tau_{xz}}{\sqrt{(1 - \tau_{zy}^2)(1 - \tau_{zx}^2)}}$		No tiene ninguna prueba de significación sólo observar si $\tau_{xy,z} = \tau_{xy}$ para inferir resultado por la segunda
	Coefficiente de Concordancia de Kendall: W	O	Concordancia entre ordenaciones semejantes	$k \cdot r_{sav} = \frac{kW - 1}{k - 1}$ correlación de rango de Spearman entre los $\binom{k}{2}$ pares posibles *- $W = \frac{S}{\frac{1}{12}k^2(N^3 - N)}$ si hay pocas ligas. *- $W = \frac{S}{\frac{1}{12}k^2(N^3 - N) - k \sum T}$ donde $T = \frac{\sum (t^3 - t)}{12}$ siendo $t$ =número de observaciones en un grupo ligado por un rango dado	*- $n \leq 7$ tabla de concordancias de Kendall $RC_\alpha = \{s > cte\}$ *- Si $n > 7$ calcular $\chi^2 = k(N-1)W$ --> $\chi^2$ con $gl=N-1$	*- $0 \leq W \leq 1$ pero $r_{sav}$ varía entre -1 y 1

## 6. INTRODUCCIÓN AL MUESTREO

Muestreo aleatorio simple:

Parámetro	Estimador del parámetro	Varianza del estimador	Estimador de la varianza	Intervalo de confianza
Media	$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$	$V(\bar{y}) = \frac{S^2}{n}(1-f)$	$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n}(1-f)$	$\bar{y} \pm k\sqrt{\hat{V}(\bar{y})}$
Total	$\hat{Y} = N\bar{y}$	$V(\hat{Y}) = N^2V(\bar{y})$	$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{s^2}{n}N^2(1-f)$	$\hat{Y} \pm k\sqrt{\hat{V}(\hat{Y})}$
Proporción	$p = \frac{a}{n}$ $\hat{A} = Np$	$V(p) = \frac{N-n}{N-1} \frac{pq}{n}$ $V(\hat{A}) = N^2V(p)$	$\hat{V}(p) = \frac{N-n}{N} \frac{pq}{n-1}$ $\hat{V}(\hat{A}) = N^2\hat{V}(p)$	$p \pm k\sqrt{\hat{V}(p)}$ $\hat{A} \pm k\sqrt{\hat{V}(\hat{A})}$

Parámetro	Población finita	Población infinita
Media	$n = \frac{s^2}{\frac{e^2}{k^2} + \frac{s^2}{N}}$	$n = s^2 \frac{k^2}{e^2}$
Total	$n = \frac{N^2 s^2}{\frac{e^2}{k^2} + N s^2}$	
Proporción	$n = \frac{\frac{N}{N-1} PQ}{\frac{e^2}{k^2} + \frac{1}{N-1} PQ}$	$n = \frac{k^2 PQ}{e^2}$
Caso $P=Q=\frac{1}{2}$ ,	$n = \frac{\frac{N}{N-1}}{\frac{4e^2}{k^2} + \frac{1}{N-1}}$	$n = \frac{k^2}{4e^2}$

**Muestreo estratificado:**

- Cálculo del tamaño muestral

$$\text{Para la media..... } n = \frac{\sum_{j=1}^L \frac{W_j^2 S_j^2}{w_j}}{\frac{e^2}{k^2} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L W_j S_j^2}$$

$$\text{Para el total..... } n = \frac{\sum_{j=1}^L \frac{N_j^2 S_j^2}{w_j}}{\frac{e^2}{k^2} + \sum_{j=1}^L N_j S_j^2}$$

$$\text{Para la proporción ..... } n = \frac{\sum_{j=1}^L W_j^2 \frac{N_j}{N_j - 1} \frac{P_j Q_j}{w_j}}{\frac{e^2}{k^2} + \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N_j - 1} P_j Q_j}$$

donde  $w_j = \frac{n_j}{n}$  y  $S^2$  es la cuasivarianza poblacional. Recordar que  $S_j^2 = \frac{N_j}{N_j - 1} P_j Q_j$

- Afijación:

a) Afijación uniforme, donde se reparte por igual entre todos los estratos  $n_j = \frac{n}{L}$

b) Afijación proporcional, la que se hace en proporción al tamaño del estrato.  $\frac{n_j}{N_j} = cte.$

Teniendo, en este caso, todas las unidades muestrales la misma probabilidad de ser seleccionadas en la muestra.

c) Afijación óptima o de mínima varianza, donde se eligen los  $n_j$  de forma que minimicen la varianza para un  $n$  fijo:

$$n_j = \frac{N_j S_j}{\sum_{j=1}^L N_j S_j} n$$

d) Afijación para un coste, en la que se eligen los  $n_j$  de forma que minimicen la varianza para un coste fijo,  $C$  que generalmente se expresa como

$c = c_0 + \sum_{j=1}^L n_j c_j$  donde  $c_j$  es el coste de elegir una unidad en el estrato  $j$  y  $c_0$  es el coste inicial, se obtiene los tamaños:

$$n_j = \frac{N_j S_j \frac{1}{\sqrt{c_j}}}{\sum_{j=1}^L N_j S_j \frac{1}{\sqrt{c_j}}} n$$

o tambien

$$n_j = \frac{(c - c_0) W_j S_j \frac{1}{\sqrt{c_j}}}{\sum_{j=1}^L W_j S_j \sqrt{c_j}} n$$

**Muestreo por conglomerados:**

Tamaño de la muestra.- Suponiendo que se ha elegido el tamaño del conglomerado y que se intenta que sea mínima la varianza entre conglomerados, entonces el número de conglomerados para la estimación de la media poblacional será:

$$\frac{e^2}{k^2} = \frac{N-n}{Nn\bar{M}^2} \cdot s_c^2$$

donde  $s_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m_i \bar{y})^2}{n-1}$  que se obtiene de una muestra previa.

Y por tanto 
$$n = \frac{Ns_c^2}{\frac{e^2}{k^2} N\bar{M}^2 + s_c^2}$$